

Решения 7 класс

Задача 1

Возможное решение

Минутная стрелка за каждую минуту поворачивается на $360^\circ/60 \text{ мин} = 6^\circ/\text{мин}$	(1)
Часовая стрелка за каждый час поворачивается на $360^\circ/12 \text{ час} = 30^\circ/\text{час}$	(2)
$30^\circ/\text{час} = 30^\circ/60 \text{ мин} = 0,5^\circ/\text{мин}$	(3)
Будем считать от 0 часов 0 минут: минутная стрелка повернется на угол, равный $48 \text{ мин} \cdot 6^\circ/\text{мин} = 288^\circ$	(4)
Часовая стрелка повернется за 8 часов на $8 \text{ час} \cdot 30^\circ/\text{час} = 240^\circ$ и еще за 48 минут на $48 \text{ мин} \cdot 0,5^\circ/\text{мин} = 24^\circ$	(5)
Всего часовая стрелка повернется на $240^\circ + 24^\circ = 264^\circ$	(6)
Тогда угол между минутной стрелкой и часовой будет равен $288^\circ - 264^\circ = 24^\circ$	(7)

Критерии оценивания

Определен угол поворота минутной стрелки в минуту (1)	2 балла
Определен угол поворота часовой стрелки за час (2) и за минуту (3)	3 балла
Определен угол поворота минутной стрелки за 48 минут (4)	2 балла
Определен угол поворота часовой стрелки за 8 часов 48 минут (6)	2 балла
Найден угол между стрелками (7)	1 балл

Задача 2

Возможное решение

Если в одном градусе 60 минут, то 18 минут – это $18/60 = 0,3$ градуса	(1)
Тогда $57^\circ 18' = 57,3^\circ$	(2)
Составим пропорцию: 180° составляют π рад, $57,3^\circ$ составят x рад	(3)
Откуда: $x = \pi \cdot 57,3^\circ / 180^\circ = 3,14159 \cdot 57,3^\circ / 180^\circ \approx 1$ рад	(4)

Критерии оценивания

Переведены 18 минут в градусы (1)	3 балла
Правильно составлена пропорция (3)	4 балла
Найден правильный ответ (4)	3 балл

Задача 3

Возможное решение

Пусть время и скорость на первой трети пути t_1 и V_1 , на оставшейся части пути (две трети пути) t_2 и V_2 . Тогда: $t_1 = (1/3)S/V_1$ $t_2 = (2/3)S/V_2$	(1)
По условию: $V_2 = 4V_1$. С учетом этого из (1) получим, что: $t_1 = 2t_2$	(2)
По условию: $t_1 - t_2 = 20$	(3)
Решая совместно (2) и (3), получим: $t_1 = 40 \text{ мин}$ $t_2 = 20 \text{ мин}$	(4)
Тогда весь путь займет 60 минут	(5)

Критерии оценивания

Записаны выражения (1)	4 балла
Найдена связь между t_1 и t_2 (2)	2 балла
Найдены t_1 и t_2 (4)	3 балла
Найдено полное время (5)	1 балл

Задача 4

Возможное решение

Подсчитает общее время, затраченное Зайцем на всю дистанцию: $100 + (100 + t) + (100 + 2t) + (100 + 3t) + (100 + 4t) = (500 + 10t)$ секунд	(1)
Если бы он тратил на каждый километр одинаковое время 102 с, то пробежал бы дистанцию за $5 \cdot 102 = 510$ с	(2)
По условию: $500 + 10t = 510$	(3)
Откуда: $t = 1$ с	(4)

Критерии оценивания

Подсчитано (1)	5 баллов
Подсчитано (2)	2 балла
Составлено равенство (3)	2 балла
Найден ответ (4)	1 балл

Решения 8 класс

Задача 1

Возможное решение

Пусть масса каждого вещества равна m , объемы веществ равны V_1 и V_2 . Тогда объем изделия равен $V_1 + V_2 = 2m/13,6$	(1)
Объем первого вещества $V_1 = m/\rho_1$, объем второго вещества $V_2 = m/\rho_2$	(2)
Подставив (2) в (1), получим $1/\rho_1 + 1/\rho_2 = 2/13,6$	(3)
Учтем, что по условию задачи $\rho_1 = 1,84\rho_2$ (4). Решая совместно (3) и (4), получим ответ задачи: $\rho_1 = 19,3 \text{ г/см}^3$, $\rho_2 = 10,5 \text{ г/см}^3$	(5)

Критерии оценивания

Записано выражение для объема изделия (1)	2 балла
Записаны выражения для объемов веществ (2)	2 балла
Найдена связь между плотностью изделия и плотностями веществ (3)	3 балла
Найдено совместное решение, получены ответы (5)	3 балла

Задача 2

Возможное решение

Пусть t_1 – время нагревания первым нагревателем на Δt° , t_2 – вторым на $4\Delta t^\circ$ градусов. Тогда $t_1 + t_2 = \tau$ – по условию	(1)
$100 t_1 + 300 t_2 = N_3 \tau = cm5\Delta t^\circ$ – общее количество теплоты одинаково	(2)
Кроме того, по условию $100 t_1 = cm\Delta t^\circ$	(3)
$300 t_2 = cm4\Delta t^\circ$	(4)
Из уравнений (3) и (4) получим: $t_2 = (4/3)t_1$	(5)
С учетом (1) получим: $t_1 = (3/7)\tau$ $t_2 = (4/7)\tau$	(6)
Подставив (6) в (2), получим: $N_3 \approx 214 \text{ Вт}$	(7)

Критерии оценивания

Приведено (1)	1 балл
Подсчитано общее количество теплоты в обоих опытах (2,3,4)	5 баллов
Найдены t_1 и t_2 (5,6)	3 балла
Найдена мощность N_3 (7)	1 балл

Задача 3

Возможное решение

Решим задачу в системе отсчета, связанном с Зайцем. В этой системе отсчета Заяц неподвижен, а Волк движется в первом случае с относительной скоростью $(V_B + V_3)$, во втором случае с относительной скоростью $(V_B - V_3)$	(1)
Тогда для первого случая: $(V_B + V_3) \cdot 0,5 = 10$	(2)
Для второго случая: $(V_B - V_3) \cdot 2 = 10$	(3)
Решая совместно (2) и (3), получим: $V_3 = 7,5 \text{ км/час}$	(4)

Критерии оценивания

Найдены относительные скорости в обоих случаях (1)	3 балла
Написано уравнение движения для первого случая (2)	2 балла
Написано уравнение движения для второго случая (3)	2 балла
Найдена скорость Зайца (4)	3 балла

Задача 4

Возможное решение

Сила тяжести Mg бревна приложена к середине бревна, сила тяжести Винни Пуха – к концу бревна.	(1)
По условию, плечо силы тяжести Винни Пуха равно $(1/5)l$, плечо силы тяжести бревна равно $(1/2 - 1/5)l = (3/10)l$	(2)
Условие равновесия: $24 \cdot (1/5)l = M \cdot (3/10)l$	(3)
Из (3) получим $M = 16 \text{ кг}$	(4)

Критерии оценивания

Правильно нарисованы точки приложения сил и положение подпорки (1)	2 балла
Вычислены плечи сил относительно подпорки (2)	3 балла
Правильно составлено уравнение моментов сил при равновесии (3)	3 балла
Получен ответ (4)	2 балла

Решения 9 класс

Задача 1

Возможное решение

Когда ползунок реостата находится в левом крайнем положении, то его сопротивление равно нулю. Он закорачивает параллельно соединенный с ним резистор $2R$. Общее сопротивление оставшейся цепи $3R$.	(1)
На резисторе R будет падать одна треть общего напряжения : $U/3$	(2)
Когда ползунок реостата находится в правом крайнем положении, то его сопротивление равно $2R$. Он будет соединен параллельно с резистором $2R$, их общее сопротивление будет равно R .	(3)
Общее сопротивление всей цепи будет равно $4R$.	(4)
Напряжение на резисторе с сопротивлением R будет равно одной четвертой общего напряжения: $U/4$	(5)
Итак, общее сопротивление меняется в пределах: $3R \leq R_{\text{общ}} \leq 4R$	(6)
Напряжение на резисторе R меняется в пределах: $U/4 \leq U_R \leq U/3$	(7)

Критерии оценивания

Написано (1)	2 балла
Вычислено (2)	2 балла
Вычислено (3)	1 балл
Найдено (4)	1 балл
Вычислено (5)	2 балла
Записаны пределы изменения общего сопротивления (6)	1 балл
Записаны пределы изменения напряжения на резисторе R (7)	1 балл

Задача 2

Возможное решение

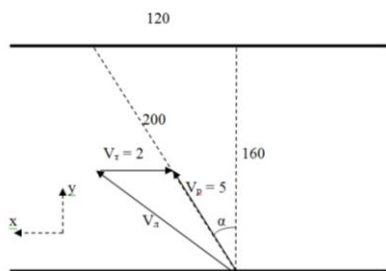
Конструкция «плот + самородок» начнет тонуть, когда средняя плотность этой конструкции сравняется с плотностью воды 1000 кг/м^3	(1)
Средняя плотность равна общей массе, деленной на общий объем: $(50 + m)/(50/772 + m/19300) = 1000$ где m – масса самородка	(2)
Решая (2), найдем максимально возможную массу самородка $m \approx 15,6 \text{ кг}$	(3)

Критерии оценивания

Сформулировано условие, при котором конструкция начнет тонуть (1)	4 балла
Написано выражение для средней плотности конструкции (2)	4 балла
Найдена максимально возможная масса самородка (3)	2 балла

Задача 3

Возможное решение



$$\sin \alpha = 120/200 = 3/5 \quad \cos \alpha = 4/5 \quad (1)$$

$\vec{V}_p = \vec{V}_L + \vec{V}_T$ - результирующая скорость лодки V_p относительно берега равна векторной сумме скорости V_L лодки относительно воды и скорости V_T течения реки. (2)

В проекциях на оси x и y :

$$V_{px} = V_{Lx} - V_T$$

$$V_{py} = V_{Ly}$$

$$V_{Lx} = V_{px} + V_T = V_p \sin \alpha + V_T = 5 \cdot 3/5 + 2 = 5$$

$$V_{Ly} = V_{py} = V_p \cos \alpha = 5 \cdot 4/5 = 4$$

Откуда:

Тогда по теореме Пифагора:

$$V_L = (V_{Lx}^2 + V_{Ly}^2)^{1/2} \approx 6,4 \text{ м/с} \quad (3)$$

Критерии оценивания

Найдены гипотенуза в треугольнике расстояний, $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$ (1)	3 балла
Применен закон сложения скоростей (2)	3 балла
Найдены проекции скорости лодки относительно воды и величина скорости (3)	4 балла

Задача 4

Возможное решение

Время полета от точки бросания до стенки: $t = S_x/V_{ox} = S_x/(V_o \cos 45^\circ) = 8/(10 \cdot 0,707) = 1,13 \text{ с}$ Высота точки попадания шара в стенку над землей $H = S_y = V_o \sin 45^\circ t - gt^2/2 = 1,6 \text{ м}$	(1)
По закону сохранения энергии кинетическая энергия в момент удара равна $E_{\text{кин}} = E_{o \text{ кин}} - mgH = mV_o^2/2 - mgH$	(2)
По условию, вся эта энергия идет на нагревание пластилина: $Q = E_{\text{кин}} = mV_o^2/2 - mgH = cm\Delta T$	(3)
Тогда : $\Delta T = (mV_o^2/2 - mgH)/(cm) = (V_o^2/2 - gH)/c = 0,136 \text{ К}$	(4)

Критерии оценивания

Найдены время t и H (1)	4 балла
Найдена кинетическая энергия шара перед ударом (2)	2 балла
Написан закон сохранения и превращения энергии. Приведена формула для теплоты при нагревании (3)	3 балла
Вычислен ответ задачи (4)	1 балл

Задача 5**Возможное решение**

$\tau = 1 \text{ сутки} = 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ с}$, $S = 600 \text{ мм}^2 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, плотность воды $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$	(1)
За время τ через трубу пройдет объем $V = Sl = Svt$ воды, масса которой равна $m = \rho V = \rho Svt$	(2)
Количество тепла, отданного остывшей водой, равно $Q = cm(t_1^\circ - t_2^\circ) = c\rho Svt(t_1^\circ - t_2^\circ) = 4200 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot (90 - 40) =$ $= 10,9 \cdot 10^9 \text{ Дж} = 10,9 \text{ ГДж}$	(3)

Критерии оценивания

Переведены величины в систему СИ (1)	3 балла
Вычислена масса протекшей воды за сутки (2)	3 балла
Найдено количество тепла (3)	4 балла

Решения 10 класс

Задача 1

Возможное решение

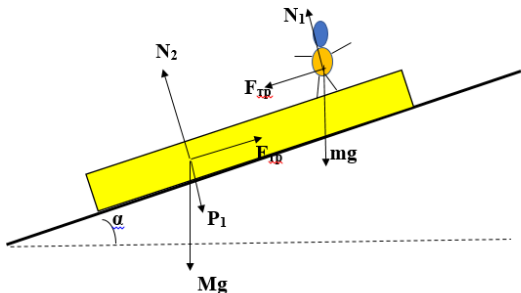
Для первого опыта: $U = I_1 R_{mA} + U_1$	(1)
Во втором опыте два одинаковых вольтметра находятся в одинаковых условиях, поэтому их показания одинаковы. Для второго опыта: $U = I_2 R_{mA} + 2U_2$	(2)
В обоих случаях через вольтметры протекают те же токи, что и через миллиамперметр, а показания вольтметра тем больше, чем больше ток, протекающий через него. $U_1/U_2 = I_1/I_2$, отсюда $I_2 = I_1 U_2 / U_1 = 0,5 \cdot 0,7 / 1,3 = 0,27 \text{ мА}$	(3)
Решая систему уравнений (1) и (2), получаем, что $R_{mA} = 0,43 \text{ Ом}$, напряжение на батарее $U = 1,52 \text{ В}$.	(4)
Напряжение на миллиамперметре $U_{mA} = I_1 R_{mA} = 0,217 \text{ В}$, что 6 раз меньше напряжения на вольтметре $U_1 = 1,3 \text{ В}$. Следовательно, сопротивление вольтметра 6 раз больше сопротивления миллиамперметра и составляет $R_v = 2,6 \text{ Ом}$.	(5)
При включении в цепь трёх вольтметров миллиамперметр покажет ток $I_3 = U / (R_{mA} + 3R_v) = 0,18 \text{ мА}$; Показания вольтметров будут равны $U_3 = I_3 \cdot R_v = 0,48 \text{ В}$.	(6)

Критерии оценивания

Написано (1)	1 балл
Написано (2)	2 балла
Найден ток I_2 (3)	2 балла
Найдены R_{mA} , напряжение источника U , R_v (4) и (5)	3 балла
Найдены показания приборов в третьем случае (6)	2 балла

Задача 2

Возможное решение

 <p>На доску действуют силы Mg, сила реакции N_2, сила давления человека P_1 и сила трения между человеком и доской - она должна быть направлена вверх вдоль наклонной плоскости, чтобы доска, по условию, могла оставаться в покое. Для этого человек должен бежать по доске вниз. На человека действуют силы тяжести mg, сила реакции опоры N_2 и сила трения - она направлена вниз вдоль доски и по третьему закону Ньютона равна силе трения, действующей на доску со стороны человека.</p>	(1)
Условие равновесия доски в проекции на ось, направленную вдоль наклонной	(2)

плоскости:	$Mg\sin\alpha = F_{\text{тр}}$	
Второй закон Ньютона в проекции на ось, направленную вдоль наклонной плоскости:	$ma = mg\sin\alpha + F_{\text{тр}}$	(3)
Из (2) и (3) следует:	$a = g(m + M)\sin\alpha/m = 5,5 \text{ м/с}^2$	(4)

Критерии оценивания

Правильно нарисованы силы, действующие на доску и человека (1)	3 балла
Отмечено, что по третьему закону Ньютона силы трения, действующие на доску со стороны человека, и на человека со стороны доски, равны по величине и противоположно направлены	2 балла
Написано (2)	2 балла
Написано (3)	2 балла
Получен ответ (4)	1 балл

Задача 3

Возможное решение

Потенциальная энергия воды, которая была в большей части аквариума (центр масс ее находится на высоте $a/2$), равна $E_1 = mga/2 = \rho(2/3)a^3 g(a/2) = (1/3) \rho a^4 g$	(1)
Если убрать перегородку, то центр масс воды будет находиться на высоте $a/3$, а потенциальная энергия воды будет равна $E_2 = mga/3 = \rho(2/3)a^3 g(a/3) = (2/9) \rho a^4 g$	(2)
По закону сохранения энергии уменьшение потенциальной энергии будет равно количеству выделившегося тепла: $Q = E_1 - E_2 = (1/3) \rho a^4 g - (2/9) \rho a^4 g = (1/9) \rho a^4 g \approx 455 \text{ Дж}$	(3)

Критерии оценивания

Вычислена (1)	4 балла
Вычислена (2)	4 балла
Найдено значение Q (3)	2 балла

Задача 4

Возможное решение

Скорость пчелы относительно первого зеркала $V_{п,1} = V - U_1 = 2 \text{ м/с}$ вправо	(1)
Скорость изображения пчелы в первом зеркале относительно первого зеркала равна $W_1 = -V_{п,1} = -2 \text{ м/с}$, т.е. влево	(2)
Скорость изображения в первом зеркале <u>относительно земли</u> по закону сложения скоростей равна $U_1 + W_1 = 2 + (-2) = 0$ – это изображение относительно земли покоится	(3)
Скорость пчелы относительно второго зеркала $V_{п,2} = V - U_2 = 3 \text{ м/с}$ вправо	(4)
Скорость изображения пчелы во втором зеркале относительно второго зеркала равна $W_2 = -V_{п,2} = -3 \text{ м/с}$, т.е. влево	(5)
Скорость изображения во втором зеркале <u>относительно земли</u> по закону сложения скоростей равна $U_2 + W_2 = 1 + (-3) = -2 \text{ м/с}$ – это изображение относительно земли движется влево	(6)
Тогда одно изображение относительно другого удаляется со скоростью	(7)

$2 - 0 = 2 \text{ м/с}$	
-------------------------	--

Критерии оценивания

Найдены скорости $V_{п,1}$ (1) и $V_{п,2}$ (4)	2 балла
Найдены скорости W_1 (2) и W_2 (5)	2 балла
Найдены скорости изображений относительно земли (3) и (6)	2 балла
Найдена относительная скорость изображений (7)	4 балла

Задача 5

Возможное решение

Обозначим массу первоначального груза m , коэффициент жесткости пружины k . Тогда первоначальная частота колебаний будет равна $\nu_1 = (1/2\pi)(k/m)^{1/2}$	(1)
Если увеличить массу груза на 120 г, то частота колебаний будет равна $\nu_2 = (1/2\pi)(k/(m + 120))^{1/2}$	(2)
По условию задачи: $\nu_1 = 3\nu_2$. Разделив (1) на (2), получим: $3 = [(m + 120)/m]^{1/2}$	(3)
Откуда: $m = 15 \text{ г}$	(4)

Критерии оценивания

Приведена формула частоты колебаний груза на пружине (1) и (2)	3 балла
Получено равенство (3)	3 балла
Получен правильный ответ (4)	4 балла

Решения 11 класс

Задача 1

Возможное решение

Пусть сторона квадрата равна b , толщина пластины d , удельное сопротивление материала пластины ρ . Тогда сопротивление такого резистора равно $R = \rho b / (b \cdot d) = \rho / d$ - не зависит от стороны квадрата b .	(1)
Поэтому общее сопротивление цепи при последовательном соединении равно $R_{\text{общ}} = 3R = 12 \text{ Ом}$	(2)

Критерии оценивания

Приведена формула для вычисления сопротивления проводника	3 балла
Найдено сопротивление квадратной пластины и доказано, что ее сопротивление не зависит от стороны квадрата (1)	5 баллов
Найдено общее сопротивление при последовательном соединении проводников (2)	2 балла

Задача 2

Возможное решение

Время движения состоит из двух слагаемых: времени равномерного движения со скоростью v и времени равнозамедленного движения до полной остановки:											(1)
$t = L/v + v/a.$ $L = 500 \text{ м и } a = 0,05 \text{ м/с}^2 - \text{постоянные, заданы в условии задачи.}$											
Пользуясь формулой (1), заполняем следующую таблицу:											(2)
$v, \text{м/с}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$t, \text{с}$	520	290	227	205	200	203	211	223	236	436	
По таблице (2) мы можем найти скорость v конькобежца, при котором время t наименьшее: $v = 5 \text{ м/с}$.											(3)

Другие возможные решения: Найти минимум функции $t(v)$, используя понятие производной функции, или преобразовать функцию, выделив полный квадрат, и найти минимум.

Критерии оценивания

Найдена формула для полного времени движения (1)	4 балла
Найден минимум функции каким-либо методом (3)	6 баллов

Задача 3

Возможное решение

Пусть v – число молей впущенного в первый раз газа, S – площадь поршня, k – жесткость пружины. Уравнение Клапейрона-Менделеева : $P_1 S H = v R T_1$	(1)
Условие равновесия поршня : $P_1 S = k H$	(2)
Если впустить еще такое же количество газа, то $P_2 S H_2 = 2 v R T_2$	(3)
Условие нового равновесия поршня: $P_2 S = k H_2$	(4)

Из (1) и (2): $kH_2 = \nu RT_1$ Откуда следует:	Из (3) и (4): $kH_2^2 = 2\nu RT_2$ $(H_2/H)^2 = (2T_2/T_1)$	(5)
Откуда следует: Тогда ответ задачи:	$H_2 = H(2T_2/T_1)^{1/2}$ $\Delta H = H_2 - H = H[(2T_2/T_1)^{1/2} - 1]$	(6)

Критерии оценивания

Написаны уравнения для первого (1) и второго (3) состояний газа	3 балла
Написаны условия равновесия поршня в первом (2) и втором (4) случаях	2 балла
Найдена связь между H и H ₂ (5)	4 балла
Найден правильный ответ (6)	1 балл

Задача 4

Возможное решение

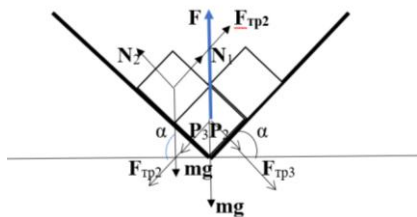
После замыкания ключа К начнется процесс зарядки конденсатора, ток зарядки будет течь по часовой стрелке от «+» вывода источника к «-» выводу, правая пластина конденсатора будет заряжаться положительно, левая – отрицательно. После окончания зарядки напряжение на конденсаторе станет равно ε , заряд на конденсаторе $q = C\varepsilon$	(1)
Через источник тока пройдет этот заряд, источник совершит положительную работу, равную $C\varepsilon \cdot \varepsilon = C\varepsilon^2$	(2)
На резисторе выделится некоторое количество тепла Q, энергия заряженного конденсатора будет равна $C\varepsilon^2/2$.	(3)
По закону изменения энергии работа источника тока должна быть равна сумме выделившейся теплоты и энергии заряженного конденсатора: $C\varepsilon^2 = Q + C\varepsilon^2/2$	(4)
Тогда: $Q = C\varepsilon^2/2$	(5)
Видно, что количество тепла не зависит от сопротивления резистора R. От величины R будет зависеть только время зарядки конденсатора	(6)

Критерии оценивания

Найден заряд на конденсаторе после окончания зарядки (1)	1 балл
Вычислена работа источника тока при зарядке (2)	2 балла
Вычислена энергия заряженного конденсатора (3)	2 балла
Написано уравнение (4)	3 балла
Получен ответ (5)	1 балл
Обоснована независимость Q от R (6)	1 балл

Задача 5

Возможное решение



Рассмотрим силы, действующие, например, на левый верхний куб: сила тяжести mg , сила реакции левой наклонной плоскости N_1 , сила реакции со стороны нижнего куба N_2 , сила трения скольжения относительно нижнего куба $F_{тр2}$ (по величине она равна μN_2) (1).

При медленном движении из второго закона Ньютона сумма этих сил равна нулю.

В проекциях на ось вдоль левой наклонной плоскости получим:

$$N_2 - mg \cos 45^\circ = 0 \quad (2)$$

Силы, действующие на нижний куб: F , сила тяжести mg , сила давления левого верхнего куба P_2 (по третьему закону она равна по величине силе N_2), силе давления правого верхнего куба P_3 (в силу симметрии она равна по величине силе P_2), сила трения со стороны левого куба $F_{тр2}$ (ее величина равна μN_2), и сила трения со стороны правого куба $F_{тр3}$ (в силу симметрии она также равна μN_2) (3).

При медленном движении сумма этих сил равна нулю. В проекциях на вертикальную ось:

$$F - 2N_2 \cos 45^\circ - 2\mu N_2 \cos 45^\circ - mg = 0 \quad (4)$$

Из (2)

$$N_2 = mg \cos 45^\circ$$

Подставив в (4), получим ответ:

$$F = 2(1 + \mu) mg \cos^2 45^\circ + mg \approx 21H \quad (5)$$

Критерии оценивания

Правильно нарисованы силы, действующие на верхний кубик (1)	2 балла
Правильно нарисованы силы, действующие на нижний кубик (3)	3 балла
Получены уравнения (2) и (4) из второго закона Ньютона	3 балла
Найден правильный ответ (5)	2 балла