

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

(Муниципальный этап)

9 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения - 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- Не спеша, внимательно прочитайте задания;
- Не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- Задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- После выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником. Максимальная сумма баллов – 35.

9.1. В шахматном фестивале участвовали англичане, немцы и французы. Каждый англичанин сыграл ровно с пятью немцами и двумя французами, каждый немец – с шестью англичанами и четырьмя французами, а каждый француз – с тремя англичанами и с одинаковым числом немцев. Найдите это число.

9.2. Корни уравнения $x^2 + ax + 1 = b$ – целые числа, отличные от нуля. Докажите, что число $a^2 + b^2$ является составным.

9.3. В треугольнике ABC угол C равен 135° . На стороне AB вне треугольника построен квадрат с центром O . Найдите OC , если $AB = 6$.

9.4. Отличница Маша хочет выписать два нуля, две единицы, две двойки, ..., две девятки в ряд так, чтобы нули стояли рядом, между единицами стояла одна цифра, между двойками – 2 цифры, ..., между девятками – 9 цифр. Докажите, что у нее это не получится.

9.5. В соревнованиях лыжников оказалось, что стартовый номер лыжника в сумме с занятым им местом равен либо 97, либо 96, либо 95. Причем, все эти числа: 97, 96 или 95 хотя бы один раз встретились. Сколько лыжников участвовало в соревнованиях?