

**Задания муниципального этапа
всероссийской олимпиады школьников по математике
в 2023 – 2024 учебном году**

11 класс

1. В кондитерский лицей поступили 11 мальчиков и несколько девочек – причём некоторые из них были ранее знакомы между собой. На 1 сентября директор лицея принес большой пакет со 165 конфетами. Каждая девочка дала по конфете (из пакета) каждому знакомому ей мальчику, а затем каждый мальчик дал по конфете (из пакета) каждой незнакомой ему девочке. После этого конфеты в пакете закончились. Сколько девочек поступило в лицей?
2. В треугольнике ABC $\angle A = 110^\circ$, $\angle B = 50^\circ$. На стороне AC выбрана такая точка P , что $\angle PBA = 30^\circ$, а на стороне BC — такая точка Q , что $\angle CAQ = 40^\circ$. Найдите угол QPB .
3. Пусть $P_n(x)$ – произвольный многочлен степени n с целочисленными коэффициентами такой, что целые числа $P_n(1)$ и $P_n(2)$ дают равные остатки при делении на 2022. Всегда ли совпадают остатки при делении на 2022 чисел $P_n(2023)$ и $P_n(2024)$?
4. Банкиры Пётр и Василий играют в игру: они по очереди изымают средства из межбанковского фонда, первоначально содержащего 1331 золотую монету, причем первый ход делает Пётр и берёт 1 монету, а далее при каждом следующем ходе игрок берёт (по своему усмотрению) либо столько же монет, сколько взял другой игрок последним ходом, либо на одну больше. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход по правилам. Кто из игроков может обеспечить себе выигрыш независимо от ходов другого?
5. Назовем усложнением числа приписывание к нему одной цифры в начало, в конец или между любыми двумя его цифрами. Существует ли

натуральное число, из которого невозможно получить полный квадрат с помощью ста усложнений?